



# Programozási nyelvek

## 2. előadás





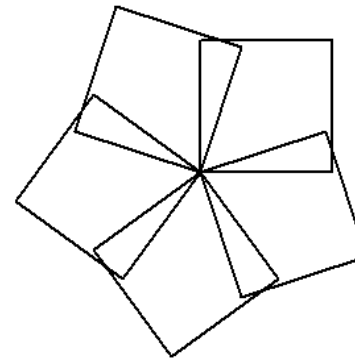
# Logo – forgatás tétel



## Forgatás tétel

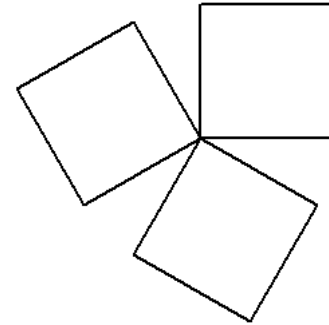
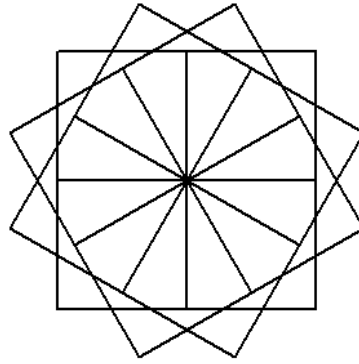
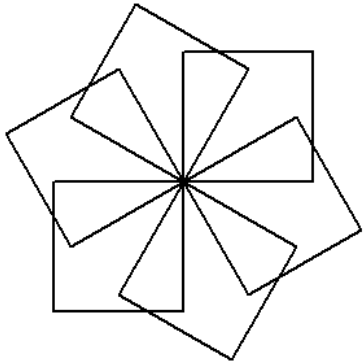
Ha az ismétlendő rész  $T$  fok fordulatot végez és a kezdőhelyére visszatér, akkor az ismétlések által rajzolt ábrák egymás  $T$  fokkal elforgatottjai lesznek.

ismétlés 5 [négyzet 100 jobbra 72]





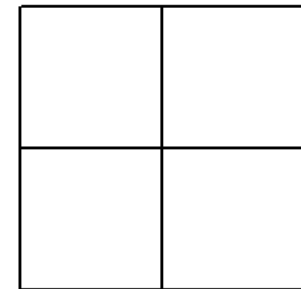
# Logo – forgatás variációk



Egyetlen esetben kapunk olyan ábrát, amikor az elforgatott négyzetek lefedik hézagmentesen a síkot:

ismétlés 4 [négyzet 100 jobbra 90]

Megtanulható belőle, hogy mely szabályos sokszögek fedik le hézagmentesen a síkot.



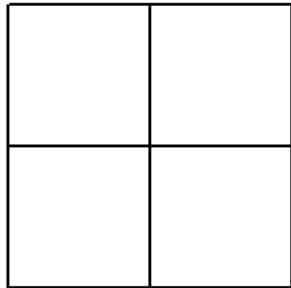


# Logo – forgatás variációk

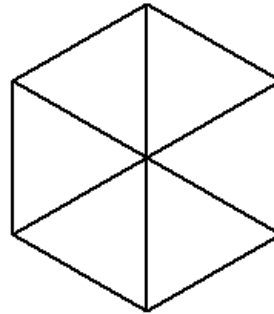


*Geometriai emlék:* a síkot háromféle szabályos sokszöggel fedhetjük le – feltétele: 360 fok osztható legyen a belső szöggel.

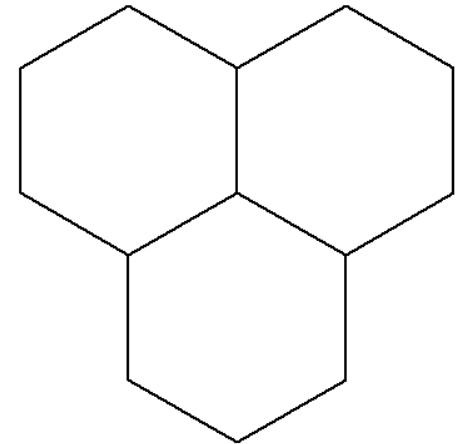
négyzettel



háromszöggel



hatszöggel



Megjegyzés: még találkozunk ezzel a síklefedéseknél, azaz a mozaikoknál.



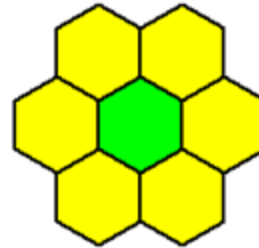


# Logo – sokszög körül sokszögek



Mi lenne, ha egy alakzatot körbe raknánk vele egyformákkal?

6-szög körül 6-szögek:



Megoldás: a kétféle hatszögnél ellenkező irányban kell fordulni!

ismétlés 6 [hatszög 100 előre 100 **jobbra 60**]

eljárás hatszög :h

ismétlés 6 [előre :h **balra 60**]

vége



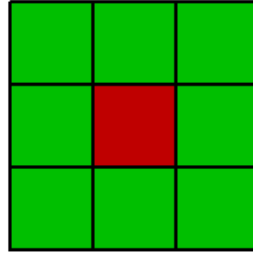


# Logo – sokszög körül sokszögek



Mi lenne, ha egy alakzatot körbe raknánk vele egyformákkal?

4-szög körül 4-szögek:



Megoldás: a külső és a belső négyzetnél ellenkező irányban kell fordulni, a belső oldalára és sarkára is kell tenni négyzetet!

```
ismétlés 4 [négyzet 100 előre 100 négyzet 100  
jobbra 90]
```

```
eljárás négyzet :h
```

```
ismétlés 4 [előre :h balra 90]
```

```
vége
```



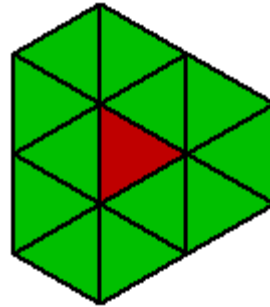


# Logo – sokszög körül sokszögek



Mi lenne, ha egy alakzatot körbe raknánk vele egyformákkal?

3-szög körül 3-szögek:



Megoldás: a belső (jobbra fordulás) háromszög minden oldalára egy, minden sarkára három (balra fordulás) háromszöget kell rajzolni!



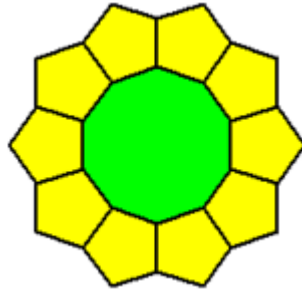


# Logo – sokszög körül másik sokszög

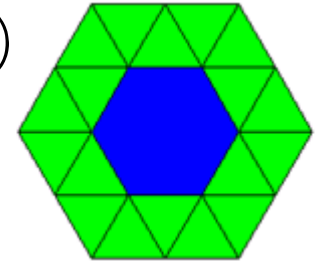


Mi lenne, ha kétféle szabályos alakzatot használnánk?

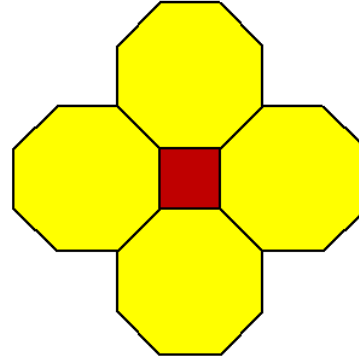
10-szög körül 5-szögek:  
(oldalra)



6-szög körül 3-szögek:  
(oldalra, sarkokra)



4-szög körül 8-szögek:  
(oldalra)



A megoldás nem különbözik elviekben az egyforma sokszögeket használó megoldástól.

Van, amelyikből építhető mozaik!





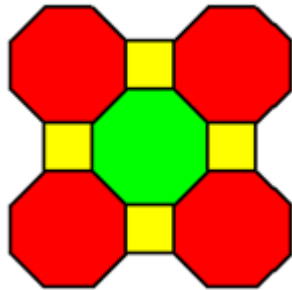


# Logo – forgatás variációk

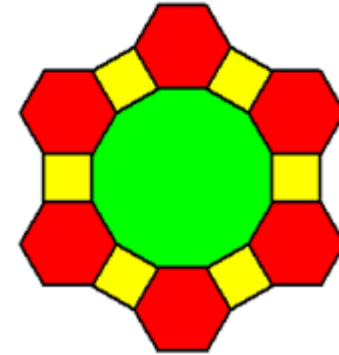


Mi lenne, ha háromféle szabályos alakzatot használnánk?

8-szög körül 4- és 8-szögek:



12-szög körül 4- és 6-szögek:



Közös jellemzőjük, hogy a belső sokszög minden oldalára kell rajzolni felváltva a kétféle sokszög közül egyet.

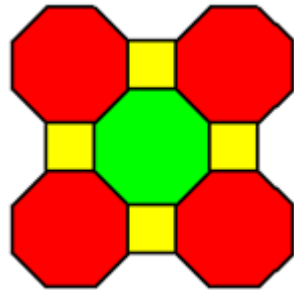




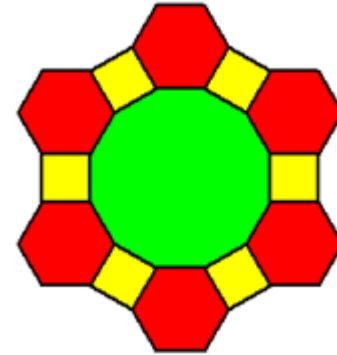
# Logo – forgatás variációk



8-szög körül 4- és 8-szögek:



12-szög körül 4- és 6-szögek:



ismétlés 4 [négyzet 100 előre 100 jobbra 45  
nyolcszög 100 előre 100 jobbra 45]

ismétlés 6 [négyzet 100 előre 100 jobbra 30  
hatszög 100 előre 100 jobbra 30]





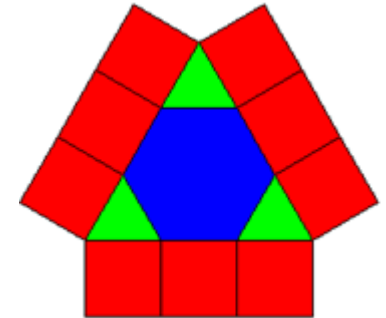
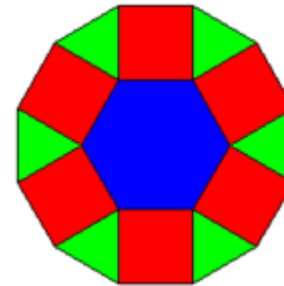
# Logo – forgatás variációk



Mi lenne, ha háromféle szabályos alakzatot használnánk?

6-szög körül 3- és 4-szögek:

Az első esetben a hatszög oldalaira kerül négyzet és a sarkaira háromszög.



```
ismétlés 6 [négyzet 100 előre 100 balra 30  
háromszög 100 jobbra 90]
```





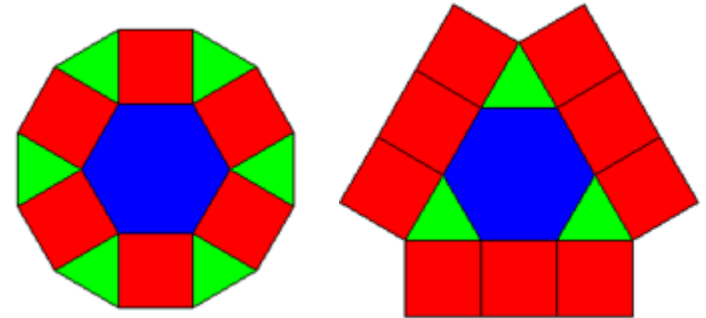
# Logo – forgatás variációk



Mi lenne, ha háromféle szabályos alakzatot használnánk?

6-szög körül 3- és 4-szögek:

A másodikban a hatszög oldalaira felváltva négyzet vagy háromszög, a sarkaira pedig mindig négyzet kerül.

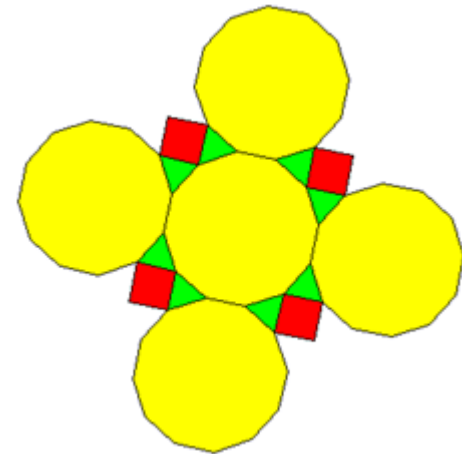
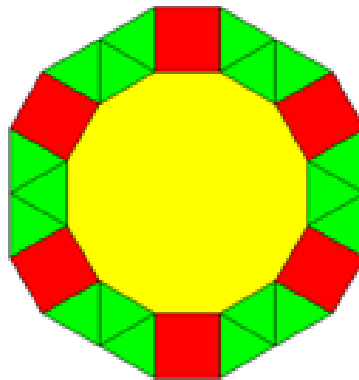
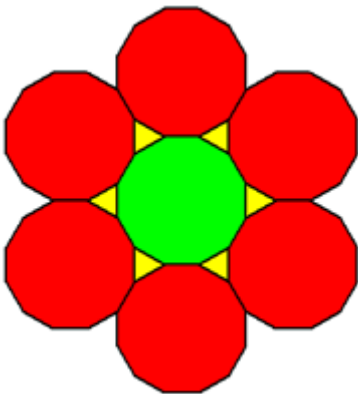
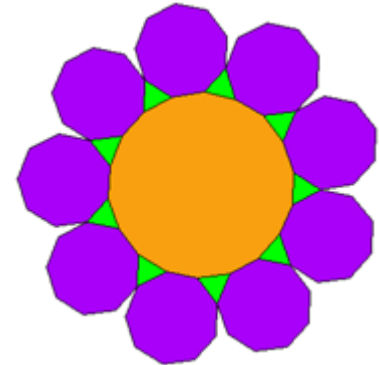
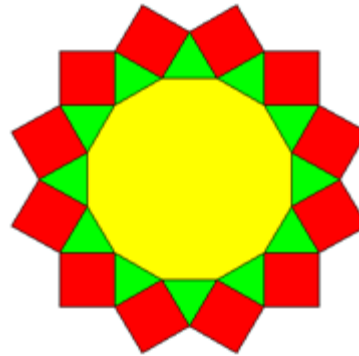
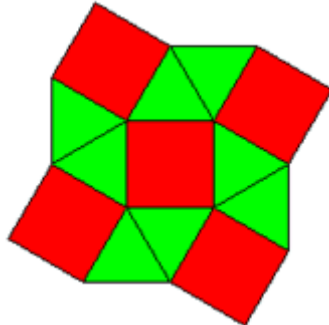
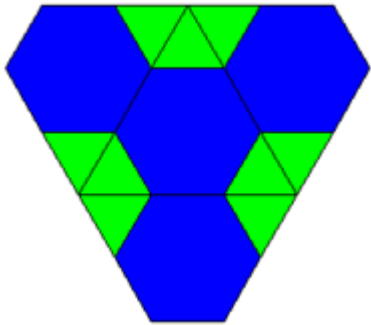


ismétlés 3 [négyzet 100 előre 100 négyzet 100  
jobbra 60 háromszög 100 előre 100  
balra 30 négyzet 100 jobbra 90]





# Logo – forgatás variációk



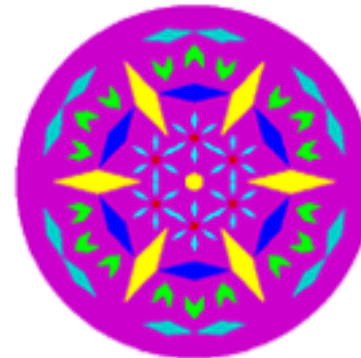
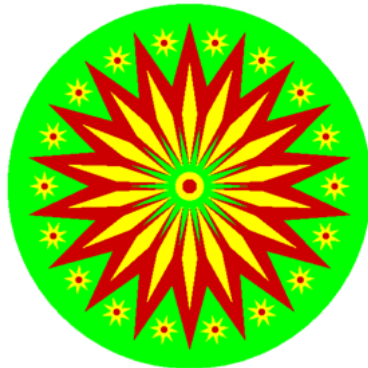
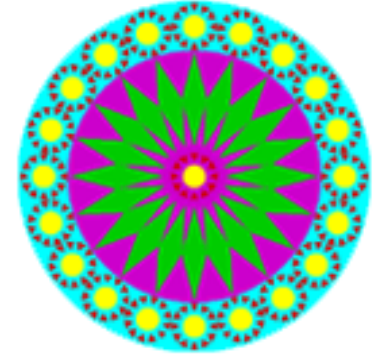
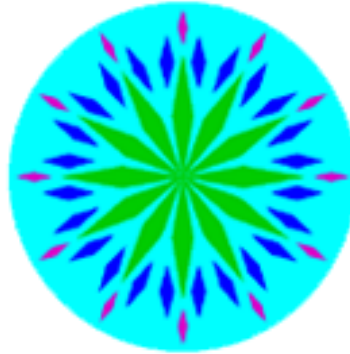


# Logo – mandalák



**Mandala:** a mandala három legfontosabb tulajdonsága, hogy kör alapú, színes és középpontosan szimmetrikus legyen.

<http://matchsz.inf.elte.hu/logosecsetvonasok/lecke3.html>





# Logo – mandalák



**Mandala:** a mandala három legfontosabb tulajdonsága, hogy kör alapú, színes és középpontosan szimmetrikus legyen.

Minden mandala rajzolás kezdődhet egy festett kör rajzolással, pl. a pont utasítással, megfelelő vonalvastagsággal.

Alapként térjünk vissza alakzatok forgatásához! Most a kiinduló alakzat egy rombusz legyen, azzal a feltevéssel, hogy 360 fok osztható legyen a rombusz egyik szögével (a hányados lesz a rajzolendő rombuszok darabszáma).





# Logo – mandalák



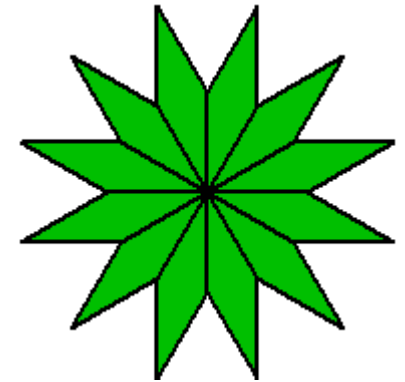
Tizenkét 30 fokos szögű rombusz:

ismétlés 12 [rombusz 50 30 jobbra 30]

eljárás rombusz :h :s

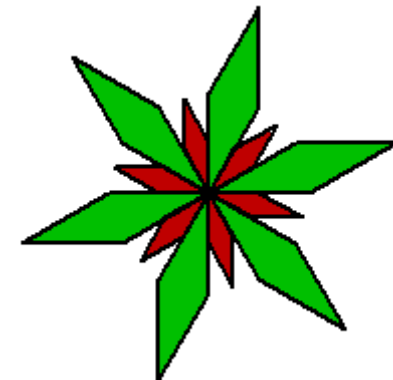
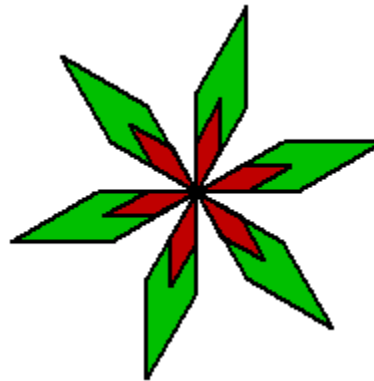
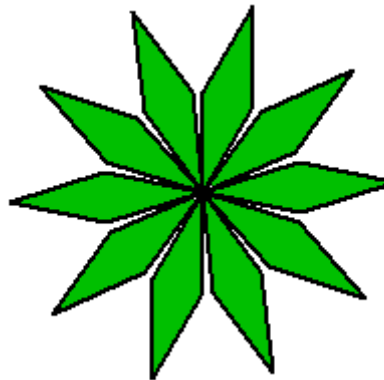
ismétlés 2 [előre :h jobbra :s

előre :h jobbra 180 - :s]



vége

Ezek hogyan készültek?





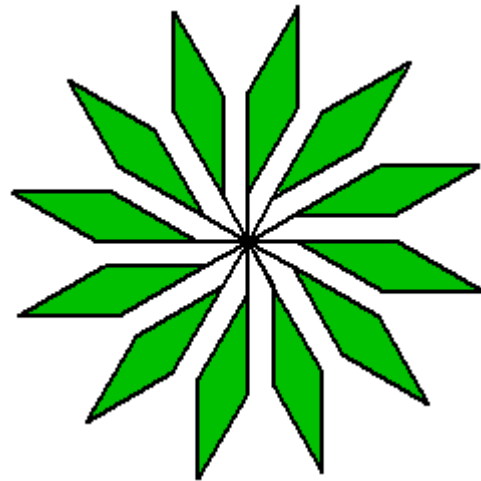


# Logo – mandalák



## Tanulság:

Osszuk fel a 360 fokot azonos méretű szögtartományokra! Egy szögtartományba rajzoljunk egy tetszőleges ábrát, majd ezt forgassuk el a szögtartomány méretével annyiszor, amíg körbe nem érünk!



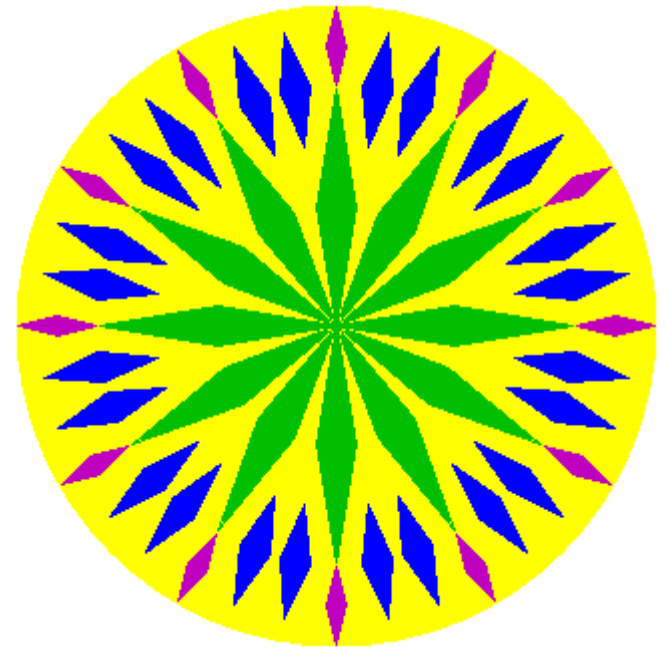
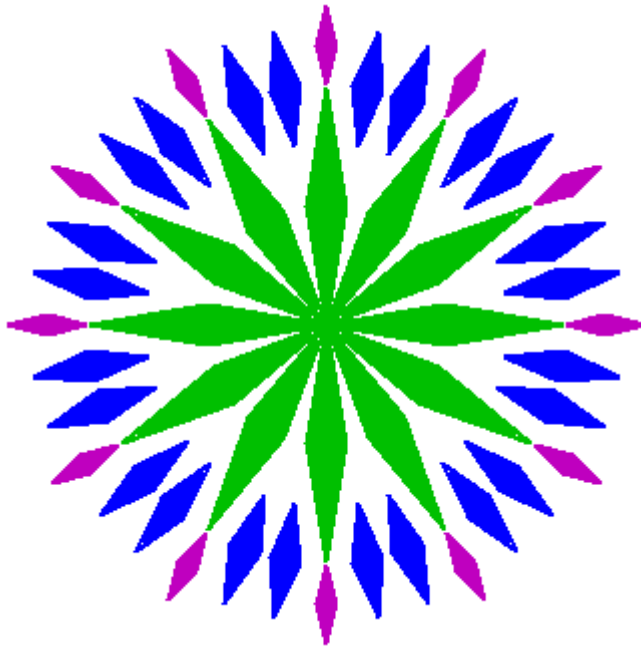


# Logo – mandalák



## Tanulság:

Osszuk fel a 360 fokot azonos méretű szögtartományokra! Egy szögtartományba rajzoljunk egy tetszőleges ábrát, majd ezt forgassuk el a szögtartomány méretével annyiszor, amíg körbe nem érünk!





# Logo – mandalák



ismétlés 12 [szelet 60 jobbra 30]

eljárás szelet :h

rombusz :h 20 2 tollatfel előre :h\*2 tollatle

rombusz :h/3 30 5 tollatfel hátra :h\*2 balra 10

előre :h\*3/2 tollatle

rombusz :h/2 30 9 tollatfel hátra :h\*3/2

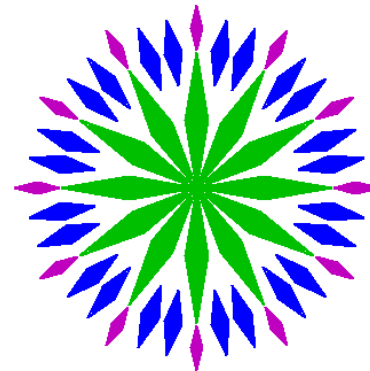
jobbra 20 előre :h\*3/2 tollatle

rombusz :h/2 30 9 tollatfel hátra :h\*3/2

balra 10 tollatle

vége

Ez nem azt teszi, amit várunk, a zöld és a lila rombusz nem ér össze.





# Logo – mandalák



ismétlés 12 [szelet 60 jobbra 30]

eljárás szelet :h

rombusz :h 20 2 tollatfel fél :h 20 tollatle

rombusz :h/3 30 5 tollatfel jobbra 180 fél :h 20

balra 180 balra 10 előre :h\*3/2 tollatle

rombusz :h/2 30 9 tollatfel hátra :h\*3/2

jobbra 20 előre :h\*3/2 tollatle

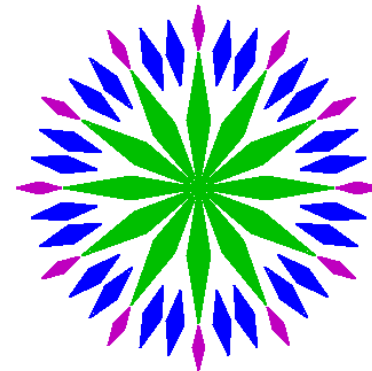
rombusz :h/2 30 9 tollatfel hátra :h\*3/2

balra 10 tollatle

vége

fél :h a rombusz 2 oldala mentén megy

a rombusz szemben levő sarkába.





# Logo – sokszögek



## Nem szabályos sokszögek

Az előző feladatban felmerült a rombusz, mint feladat, kicsit régebben pedig a paralelogramma és a téglalap.

Ezekben két dolog változhat (külön-külön vagy együtt):

- ❖ az oldalak hossza
- ❖ a szögek





# Logo – sokszögek

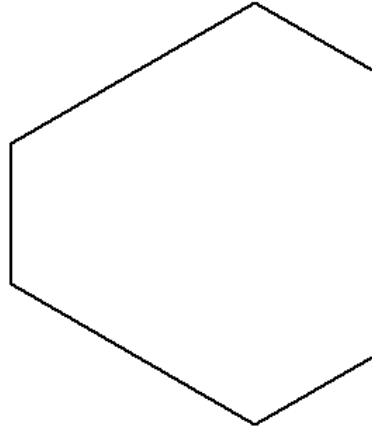


## Különböző oldalhosszúságú sokszögek

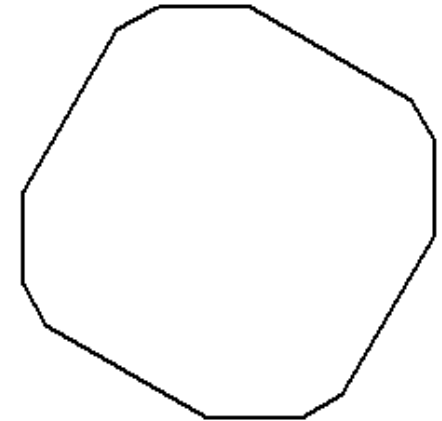
Téglalap



Hatszög



Tizenkétszög



ismétlés 2	[előre 50	jobbra 90	előre 100	jobbra 90]
ismétlés 3	[előre 50	jobbra 60	előre 100	jobbra 60]
ismétlés 4	[előre 50	jobbra 30	előre 100	jobbra 30
	előre 25	jobbra 30]		





# Logo – sokszögek

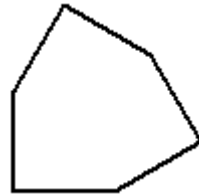


## Különböző szögű sokszögek

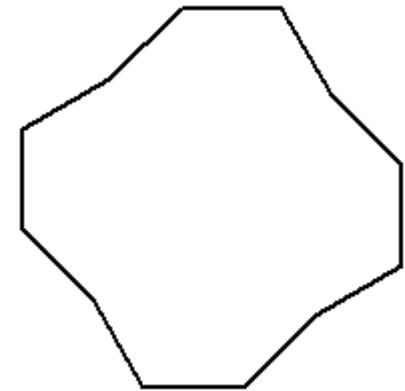
Rombusz



Hatszög



Tizenkétszög



ismétlés 2	[előre 50 jobbra 60	előre 50 jobbra 120]
ismétlés 3	[előre 50 jobbra 30	előre 50 jobbra 90]
ismétlés 4	[előre 50 jobbra 60	előre 50 balra 15
	előre 50 jobbra 45]	



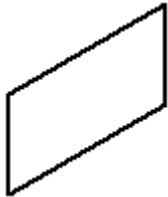


# Logo – sokszögek

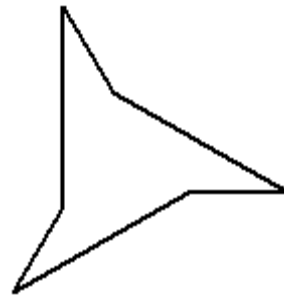


## Különböző szögű és oldalhosszú sokszögek

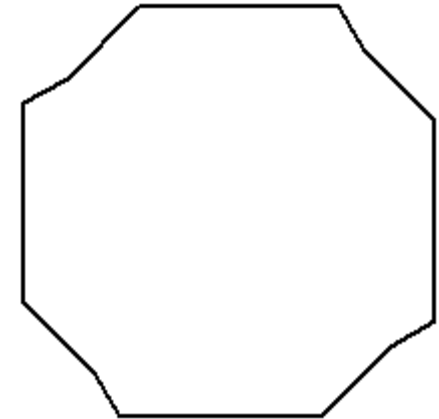
Paralelogramma



Hatszög



Tizenkétszög



ismétlés 2 [előre 50 jobbra 60 előre 90 jobbra 120]  
ismétlés 3 [előre 100 jobbra 150 előre 50 balra 30]  
ismétlés 4 [előre 100 jobbra 60 előre 25 balra 15  
előre 50 jobbra 45]







# Logo – sokszög átlója

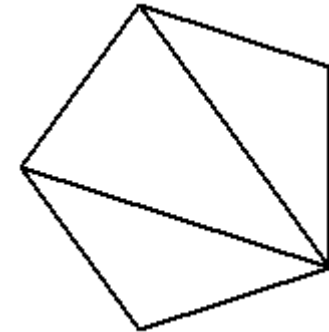
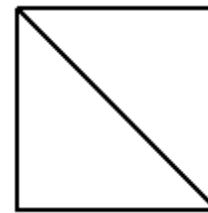


## Szabályos sokszögek átlói

Ha egy sokszögbe átlót szeretnénk húzni, akkor kicsit nehezebb dolgunk van. (A négyzet átlója hosszát még könnyű kiszámolni, egy tetszőleges sokszögét kicsit nehezebb, több matematika szükséges hozzá.)

Kézzel könnyebben megrajzoljuk!

A megoldás elve: Kezdjük a rajzolást a jobb alsó sarokból! Ha elérünk az  $i$ -edik átló végpontjába, akkor húzzunk vonalat a kezdőpontig, majd menjünk a következő átlóra!





# Logo – sokszög átlója



## Koordinátarendszer kezelése

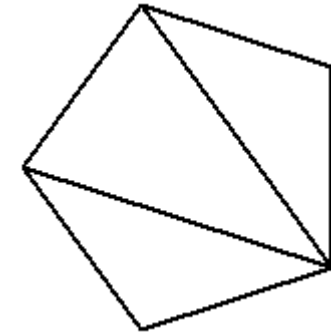
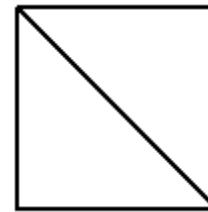
Aktuális x-koordináta – `xpoz`

Aktuális y-koordináta – `ypoz`

x- és y-koordináta beállítása – `xypoz!` `:x` `:y`

Aktuális irány – `irány`

Irány beállítása – `irány!` `:i`



A megoldás:

négyzet 100 négyzetátló 2 100 `xpoz` `ypoz` `irány`

ötszög 100 ötszögátló 2 100 `xpoz` `ypoz` `irány`

ötszögátló 3 100 `xpoz` `ypoz` `irány`





# Logo – sokszög átlója



A megoldás:

```
négyzet 100 négyzetátló 2 100 xpoz ypoz irány
```

```
ötszög 100 ötszögátló 2 100 xpoz ypoz irány
```

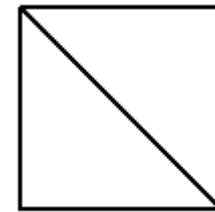
```
ötszögátló 3 100 xpoz ypoz irány
```

```
eljárás négyzetátló :db :h :x :y :i
```

```
ismétlés :db [előre :h balra 90]
```

```
xpoz! :x :y irány! :i
```

vége

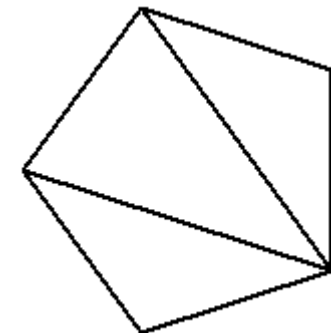


```
eljárás ötszögátló :db :h :x :y :i
```

```
ismétlés :db [előre :h balra 72]
```

```
xpoz! :x :y irány! :i
```

vége



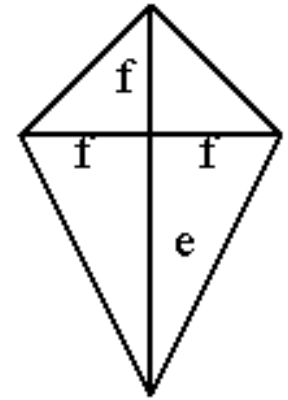


# Logo – deltoid



A deltoidnál vagy az oldalak vagy a szögek számítása problémás.

Legyen a szimmetriatengely átló  $e+f$ , a másik pedig  $2*f$  hosszúságú! Az átlókat nagyon könnyű megrajzolni. Ha az átlókkal kész vagyunk, akkor már csak derékszögű háromszögek átfogóit kell megrajzolni, ami megy az előző átlórajzolás alapján.



A baloldal és a jobboldal közötti különbség, hogy rajzoláskor milyen a fordulatok iránya.





# Logo – deltoid

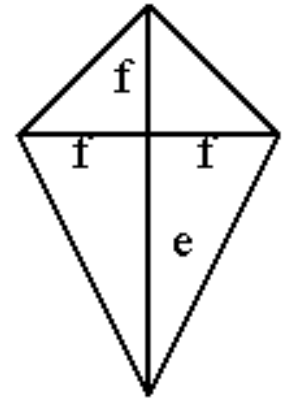


```
eljárás deltoid :e :f
oldal :e :f 90 xpoz ypoz irány
oldal :e :f -90 xpoz ypoz irány
előre :e+:f jobbra 180
oldal :f :f 90 xpoz ypoz irány
oldal :f :f -90 xpoz ypoz irány
előre :e+:f jobbra 180
```

vége

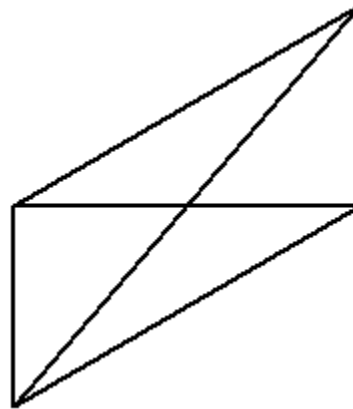
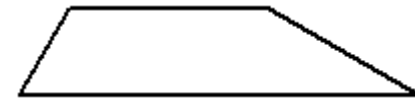
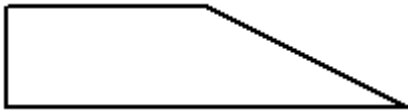
```
eljárás oldal :a :b :s :x :y :i
előre :a balra :s előre :b
xypoz! :x :y irány! :i
```

vége





# Logo – további feladatok





# Logo – koordinátarendszer



A Logo rendszer indításakor a teknőc a képernyő közepén áll, s felfelé néz (valamint a további állapotkomponensei is valamilyen alapállapotban vannak). Egyes ábrák megrajzolásakor ez nem szerencsés. Minden ábra megrajzolása előtt el kell juttatni a teknőcöt a kívánt kezdőhelyre, s beállítani a kezdőirányba. Ez megtehető az eddigi utasításokkal is, de lehetőségünk van a környezethez viszonyított beállításra is.

```
tanuld kezd
```

```
  tollatfel
```

```
  xpoz! -100  ypoz! -100           ;  xypoz! -100 -100
```

```
  irány! -90
```

```
  tollatle
```

```
vége
```





# Logo – tételek



## Hasonlóság tétel

Ha a végrehajtás során a szögeket változatlanul hagyjuk, de egy szorzóval beszorozzuk a lépéseket, akkor a szorzó arányának megfelelő méretű alakzatot kapjuk.

eljárás zászló :rúdhossz :hossz

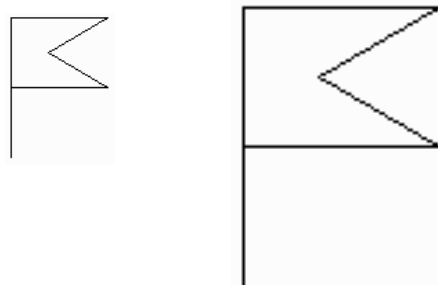
előre :rúdhossz jobbra 90 előre :hossz jobbra 150

előre :rúdhossz/2 balra 120

előre :rúdhossz/2 jobbra 150

előre :hossz jobbra 90 hátra :rúdhossz/2

vége







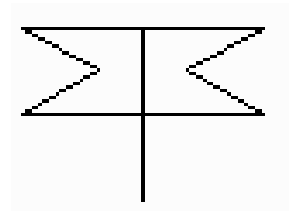
# Logo – tételek



## 1. tükrözési tétel

Ha a lépéseket változatlanul hagyjuk, de a fordulatok irányát ellentétesre változtatjuk, akkor a Teknőc kiinduló állapotán (pozíció és irány) átmenő egyenesre tükrözzük az alakzatot.

```
eljárás tükrözészló :rúdhossz :hossz
  előre :rúdhossz balra 90 előre :hossz balra 150
  előre :rúdhossz/2 jobbra 120
  előre :rúdhossz/2 balra 150
  előre :hossz balra 90 hátra :rúdhossz/2
vége
```





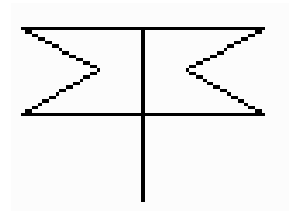
# Logo – tételek



## 1. tükrözési tétel

A fordulatok ellentétesre váltásának két módja van:

- ❖ minden balra utasítás helyére jobbra és minden jobbra utasítás helyére balra írandó;
- ❖ minden balra és jobbra utasítás paraméterét ellentétes előjelűre cseréljük (a pozitív szögelfordulásokat negatívra és viszont).





# Logo – tételek



## 2. tükrözési tétel

Ha a fordulatokat változatlanul hagyjuk, de a lépések hosszát ellentétesre változtatjuk, akkor a Teknőc kiindulópontjára tükrözzük az alakzatot (vagy másképp fogalmazva: a kiindulópont körül elforgatjuk 180 fokkal).

eljárás forgatászló :rúdhossz :hossz

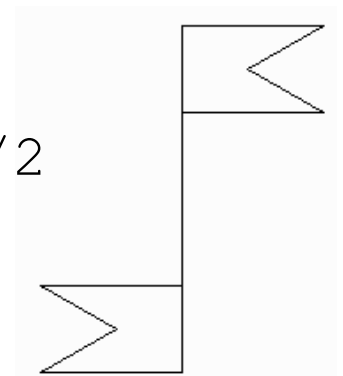
**hátra** :rúdhossz jobbra 90 **hátra** :hossz jobbra 150

**hátra** :rúdhossz/2 balra 120

**hátra** :rúdhossz/2 jobbra 150

**hátra** :hossz jobbra 90 **előre** :rúdhossz/2

vége





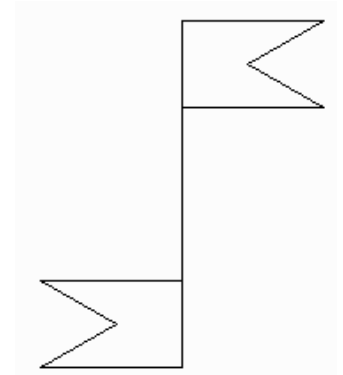
# Logo – tételek



## 2. tükrözési tétel

A lépések ellentétesre váltásának két módja van:

- ❖ minden előre utasítás helyére hátra és minden hátra utasítás helyére előre írandó;
- ❖ minden előre és hátra utasítás paraméterét ellentétes előjelűre cseréljük.





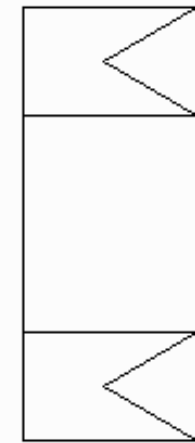
# Logo – tételek



## 3. tükrözési tétel

Ha a lépések hosszát és a fordulatok irányát is ellentétesre változtatjuk, akkor a Teknőc kiinduló állapotára (pozíció és irány) merőlegesen átmenő egyenesre tükrözzük az alakzatot.

```
eljárás zászlótükör :rúdhossz :hossz
előre -:rúdhossz jobbra -90
előre -:hossz jobbra -150
előre -:rúdhossz/2 balra -120
előre -:rúdhossz/2 jobbra -150
előre -:hossz jobbra -90
hátra -:rúdhossz/2
```



vége





# Logo – tételek



## További transzformációk

Az eredeti alakzat eltolt, illetve elforgatott képét az eljárás meghívása előtt végrehajtott előre, hátra, jobbra, balra utasításokkal kaphatjuk.

Bármely síkbeli egybevágósági és hasonlósági transzformáció előállítható a fentiek szorzataként (megfelelő számú transzformáció egymásutánjával), így az eredeti alakzatnak a síkban tetszőlegesen elhelyezkedő egybevágó vagy hasonló képe előállítható.





# Logo – tételek



## Zárt út tétel

Ha a teknőc egy állapotból valahány lépés után ugyanabba az állapotba tér vissza, mint ahonnan kiindult, akkor a fordulatai összege 360 fok többszöröse.

## Egyszerű zárt út tétel

Ha a teknőc egy állapotból valahány lépés után ugyanabba az állapotba tér vissza, mint ahonnan kiindult és az út nem keresztezi önmagát, akkor a fordulatai összege 360 fok.  
(Egy sokszög külső szögei összege 360 fok!)





# Logo – tételek



## Ciklikus programok tétele (ISMÉTLÉS n valami)

Ha az ismétlendő rész  $T$  fok fordulatot és  $D$  elmozdulást végez, akkor az ismétlendő rész kezdete által meghatározott pontok egy szabályos poligon csúcsait adják, kivétel:

- ❖  $T=0, D \neq 0$ : egyenes mentén helyezkednek el  $\rightarrow$  eltolás
- ❖  $T \neq 0, D=0$ : egymáshoz képest  $T$  fokkal elforgatva lesznek  
(a teljes ábra  $T$  fokkal elfordul)
- ❖  $T=0, D=0$  : ugyanabba a pontba esnek (a teljes ábra önmagára kerül)







# Logo – tételek

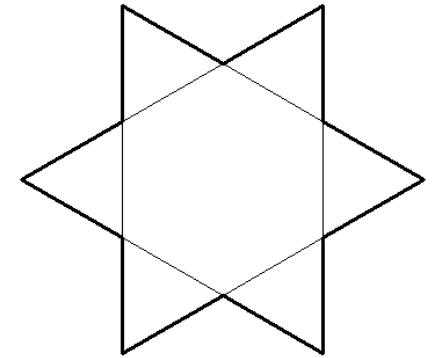


## Zárt poligon tétel

Egy poligon akkor és csak akkor záródik be, ha a fordulatok összege 360 fok többszöröse.

## Zárt poligon tétel alkalmazása

Rajzoljunk csillagot! Vegyünk egy tetszőleges sokszöget és az oldalait helyettesítsük egyenlő szárú háromszögekkel!



Ha egyenlő oldalú háromszögeket veszünk, akkor a csillag oldalhosszai meg fognak egyezni a sokszög oldalhosszaival.





# Programozás nyelvek

## 2. előadás vége

